

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа  
Шабров С.А.



25.05.2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ФТД.02 Некоторые специальные вопросы математического анализа**

1. Шифр и наименование направления подготовки:  
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
2. Профиль подготовки:  
Современные методы теории функций в математике и механике  
Теория функций и приложения
3. Квалификация (степень) выпускника: Математик. Механик. Преподаватель
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа
6. Составители программы:  
Шабров Сергей Александрович, д-р физ.-мат. наук, проф.
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета, протокол от 25.05.2023, №0500-06
8. Учебный год: 2024-2025

Семестр(ы): 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целью изучения дисциплины:* является углубление знаний по разделам основного курса математического анализа и некоторым смежным разделам математики, а также расширение кругозора студентов-математиков в аспекте приложений математики.

*Задачи дисциплины:*

углубить понятие предела; обобщить основные понятия математического анализа; смоделировать деформации графиков функций; отработать операциональные навыки; рассмотреть задачи, допускающие решения с применением численного моделирования, развить навыки самостоятельной работы с научными текстами.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина Некоторые специальные вопросы математического анализа относится к Блоку Факультативы основной образовательной программы направления подготовки 01.03.01 – Математика – Бакалавриат. Для успешного освоения дисциплины студенты должны владеть теорией множеств, интеграла Лебега.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1	знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: - актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.  Уметь: - использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности.  Владеть: - навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности.	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 1 / 36.

Форма промежуточной аттестации зачет.

## 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		4 семестр
Аудиторные занятия	30	30

в том числе: лекции	30	30
практические		
лабораторные		
Самостоятельная работа	6	6
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – __ час.)		
Итого:	36	36

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Конусы и полуупорядоченность	Замкнутые и выпуклые множества. Понятие конуса.
1.2	Типы конусов	Нормальные конусы. Правильные конусы. Супремум и инфимум. Конусы ранга k
1.3	Приложения к анализу спектральных свойств	Спектральный радиус. Собственные векторы. Фокусирующие операторы. Ведущие собственные значения. Спектральный зазор.

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Конусы и полуупорядоченность	10			2	12
02	Типы конусов	10			2	12
03	Приложения к анализу спектральных свойств	10			2	12
	Итого	30			6	36

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины *работа с конспектами лекций*

#### *Методические указания к лекционным занятиям*

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<b>Колмогоров, Андрей Николаевич.</b> Элементы теории функций и функционального анализа: [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин; Московский гос. ун-т им. М.В.Ломоносова .— Изд. 7-е .— М.: Физматлит, 2004 .— 570 с.: ил. — (Классический университетский учебник / редсов.: В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) .— Предм. указ.: с. 548-567 .— Библиогр.: с. 568-570 .— ISBN 5-9221-0266-4((в пер.)).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	<b>Дьяченко, Михаил Иванович.</b> Мера и интеграл: [Учеб. пособие] .— М.: Факториал, 1998 .— 158,[1] с. — (Университетский учебник) .— ISBN 5-88688-034-8: 33.80.
3	<b>Натансон, Исидор Павлович.</b> Теория функций вещественной переменной: Учебное пособие для вузов / И.П. Натансон .— М.: Изд-во "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1974 .— 479,[1]с. — 1.24.
4	<b>Шилов, Георгий Евгеньевич.</b> Интеграл, мера и производная. Общая теория / Г.Е. Шилов, Б.Л. Гуревич .— 2-е изд., перераб .— М.: Наука: Физматлит, 1967 .— 219 с. —

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
5	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (<a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a>)</i>
6	<i>Google, Yandex, Rambler</i>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<b><u>Колмогоров, Андрей Николаевич.</u></b> Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2004 .— 570 с. : ил. — (Классический университетский учебник / редсов.: В.А. Садовничий (пред.) [и др.]) .— Предм. указ.: с. 548-567 .— Библиогр.: с. 568-570 .— ISBN 5-9221-0266-4 ((в пер.))

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используются классы с компьютерной техникой, оснащенные необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

## 19. Фонд оценочных средств:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Конусы и полуупорядоченность	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос
2.	Типы конусов	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос
3.	Приложения к анализу спектральных свойств	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				КИМы к зачету

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется в процессе устного опроса.

### 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в конце семестра. Зачет проводится по КИМах, образцы которых приводятся ниже.

## Образцы КИМ-ов к зачету

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика

Дисциплина Некоторые специальные вопросы математического анализа

Вид контроля зачет

Вид аттестации *промежуточная*

### **Контрольно-измерительный материал № 1**

1. Замкнутые и выпуклые множества.
2. Правильные конусы.

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика

Дисциплина Некоторые специальные вопросы математического анализа

Вид контроля зачет

Вид аттестации *промежуточная*

### **Контрольно-измерительный материал № 2**

1. Понятие конуса.
2. Спектральный радиус.

Направление подготовки / специальность 01.03.01 Математика

Дисциплина Некоторые специальные вопросы математического анализа

Вид контроля зачет

Вид аттестации *промежуточная*

### **Контрольно-измерительный материал № 3**

1. Нормальные конусы.
2. Собственные векторы.

## Описание технологии проведения промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение применять полученные знания на практике;
- 5) владение понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач в области...	<i>Повышенный уровень</i>	<i>зачет</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), допускает незначительные ошибки при ответе.	<i>Базовый уровень</i>	<i>зачет</i>
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен дать ответ.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>зачет</i>
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки,	–	<i>Незачет</i>

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1. Чему равны верхний и нижний пределы последовательности  $\{x_n\}$ , если  $x_n = \cos \frac{\pi n}{3}$ ?

- 1) 1; -1
- 2)  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2}$
- 3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $-\frac{1}{2}$
- 4) 2; -1

Ответ: 1).

2. Чему равен предел функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , если:

- а) в некоторой проколотой окрестности точки  $x_0$   $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = a$  ?

- 1) 0
- 2) 1
- 3)  $\frac{a}{2}$
- 4)  $a$

Ответ: 4).

3. Чему равен  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+11} - 2\sqrt{x-1}}{x^2 - 25}$ ?

- 1)  $\frac{1}{5}$
- 2)  $-\frac{3}{80}$
- 3) 2
- 4) 0,7

Ответ: 2).

4. При каких  $a$  и  $b$  функция  $f(x) = \begin{cases} (x-1)^3, & x \leq 0 \\ ax + b, & 0 < x < 1 \\ \sqrt{x}, & x \geq 1 \end{cases}$  непрерывна?

- 1) 2; -1
- 2) -1; 1
- 3) 1; 0
- 4) 0; 1

Ответ: 1).

5. Найти точки разрыва функции  $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 2x - 3)$ , установить их род, найти скачки в точках разрыва 1-го рода.

Ответ: Точки разрыва 1-го рода –  $x=-1$  и  $x=3$ .

Скачок в  $x=-1$  равен  $-2$ .

Скачок в  $x=3$  равен  $2$ .

6. Определить, в каких точках и под каким углом пересекаются графики функций  $f_1(x) = x^2 - 4x + 4$ ,  $f_2(x) = -x^2 + 6x - 4$ .

Ответ:  $x_1 = 1, x_2 = 4, \alpha = \operatorname{arctg} \frac{6}{7}$ .

7. Найти второй дифференциал функции  $f(x) = x^x$ .

Ответ:  $d^2f = (x^x(\ln x + 1)^2 + x^{x-1})dx^2$

8. Чему равен неопределенный интеграл  $\int e^{2x^2+2x-1}(2x+1)dx$ ?



- 1)  $e^{2x-1} + c$
- 2)  $e^x(2x + 1) + c$
- 3)  $\frac{1}{2}e^{2x^2+2x-1} + c$
- 4)  $e^{x^2+x-1} + c$

Ответ: 3).

9. Найти длину дуги кривой  $y = \ln(x^2 - 1)$ ,  $2 \leq x \leq 5$ .

Ответ:  $3 + \ln 2$ .

10. Вычислить  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$ , если  $f(x, y) = \ln(x^2 + xy + y^2)$ .

Ответ: 2.

11. Найти производную функции  $f$  в точке  $M_0$  по направлению вектора  $\overline{M_0M}$ :  
 $f = xy^2z^3$ ,  $M_0(3; 2; 1)$ ,  $M(7; 5; 1)$

Ответ:  $\frac{52}{5}$ .

12. Исследовать на экстремум функцию  $u(x, y, z) = x^2 + y^2 + (z + 1)^2 - xy + x$

Ответ:  $u_{\min} = -\frac{1}{3}$  при  $(x, y, z) = \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -1\right)$

13. Вычислить двойной интеграл  $\iint_{\Omega} xy^2 dx dy$ , где  $\Omega = \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq a^2, \\ a > 0 \end{array} \right\}$

- 1)  $\frac{2}{15}a^5$
- 2)  $\frac{a^4}{4}$
- 3) 0

Ответ: 1)  $\frac{2}{15}a^5$

14. Вычислить  $\operatorname{rot} \vec{a}$  в точке  $M_0$ , если  $\vec{a} = xyz \vec{i} + (2x + 3y - z) \vec{j} + (x^2 + z^2) \vec{k}$ ,  
 $M_0(1; 3; 2)$ .

Ответ:  $\vec{i} + \vec{j}$

15. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\Gamma} x^3 dy - xy dx$ , где  $\Gamma$  – отрезок  $AB$ ,  $A(0; -2)$ ,  $B(1; 3)$ .

Ответ: **7**  
**12**

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**